



ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط . ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١: (a) إذا كان  $3+i$  هو أحد جذري المعادلة  $x^2 - ax + (5+5i) = 0$  فما قيمة  $a$  ؟ وما الجذر الآخر ؟

(b) باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة جد بصورة تقريبية  $\sqrt[3]{7.8}$

س٢: (a) جد قيمة  $A$  وبؤرة ودليل القطع المكافئ الذي معادلته  $Ax^2 + 8y = 0$  المار بالنقطة  $(2, 1)$  ثم ارسم القطع .  
(b) جد قيمة كل مما يأتي :

$$1) \int_0^1 (1+e^x)^2 e^x dx$$

$$2) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x}{2 + \tan x} dx$$

س٣: (a) جد حجم أكبر مخروط دائري قائم ناتج من دوران مثلث قائم الزاوية طول وتره  $6\sqrt{3}$  cm دورة كاملة حول أحد ضلعيه القائمين .

(b) إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في أحدهما والعمودي على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على المستوي الآخر . برهن ذلك .

س٤: أجب عن فرعين فقط :

(a) خزان مملوء بالماء على شكل متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة الشكل طولها 2m يتسرب منه الماء بمعدل  $(0.4)m^2/h$  . جد معدل تغير انخفاض الماء في الخزان عند أي زمن  $t$  .

$$(b) \text{ جد قيمة } \left( \frac{1}{2+\omega} - \frac{1}{2+\omega^2} \right)^2$$

(c) برهن  $y = x^3 + x - 2$  هو حل للمعادلة التفاضلية  $y'' - 6x = 0$  .

س٥: أجب عن فرعين فقط :

(a) جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$  ويمس دليل القطع المكافئ

$$x^2 + 12y = 0$$

(b) إذا علمت أنه يمكن رسم كرة خارج ذي الوجوه الأربعة المنتظم ، برهن أن نصف قطر الكرة  $= \frac{3}{4}$  الارتفاع .

(c) جد المساحة المحددة بالمنحني  $y = \sqrt{x}$  والمستقيم  $y = x$

س٦: أجب عن فرعين فقط :

(a) ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحنى الدالة  $f(x) = 6x - 2x^3$

$$(b) \text{ جد قيمة } \int_{-3}^4 |x| dx$$

(c) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2 + e^y}$



بسم الله الرحمن الرحيم

جمهورية العراق - وزارة التربية

الدور الثاني ١٤٣٢ هـ - ٢٠١١ م

الوقت : ٣ ساعات



اللجنة الدائمة للامتحانات العامة

الدراسة : الإعدادية / العلمي

المادة : الرياضيات

ملاحظة: أجب عن خمسة أسئلة فقط (لكل سؤال ٢٠ درجة).

س١: أ) كَوّن المعادلة التربيعية التي جذورها  $\frac{3i}{\omega^2}$  ,  $\frac{-3\omega^2}{i}$

ب) بين أن الدالة  $f(x) = (x-1)^4$  تحقق مبرهنة رول على الفترة  $[-1, 3]$  ثم جد قيمة  $c$  حيث  $f'(c) = 0$ .

س٢: أ) جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمحور السينات ومركزه في نقطة الأصل ومساحة منطوقته  $7\pi$  وحدة مربعة ومحيطه يساوي  $10\pi$  وحدة.

ب) جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ الذي معادلته  $y^2 = 8x$  والمستقيمين  $x = 0$  ,  $x = 2$  حول المحور السيني.

س٣: أ) جد نقطة أو نقاط تنتمي للقطع الزائد  $y^2 - x^2 = 3$  بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة  $(0, 4)$ .

ب) طول قطعة المستقيم الموازي لمستوي معلوم يساوي طول مسقطه على المستوي المعلوم ويوازيه. برهن ذلك.

س٤: أجب عن فرعين فقط:

أ) احسب باستخدام مبرهنة دي موافر  $(1+i)^{11}$ .

ب) ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحنى الدالة  $f(x) = (1-x)^3 + 1$ .

ج) هل  $y^2 = 3x^2 + x^3$  هو حل للمعادلة  $yy'' + (y')^2 - 3x = 5$ ؟ بين ذلك.

س٥: أجب عن فرعين فقط:

أ) عين البؤرتين والرأسين ثم جد طول كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد

$$2(y+1)^2 - 4(x-1)^2 = 8$$

ب) برهن على أن للمستقيمات المتوازية المائلة على مستو الميل نفسه.

ج) جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره  $4t + 12 \text{ m/s}^2$  وكانت سرعته بعد مرور 4 ثواني

$90 \text{ m/s}$  احسب المسافة خلال الفترة  $[1, 2]$ .

س٦: أجب عن فرعين فقط:

أ) صفيحة مستطيلة من المعدن مساحتها  $96 \text{ cm}^2$  يتمدد طولها بمعدل  $2 \text{ cm/s}$  بحيث تبقى

مساحتها ثابتة ، جد معدل النقصان في عرضها عندما يكون عرضها  $8 \text{ cm}$ .

$$\text{ب) جد } \int_0^1 \frac{3x^2 + 4}{x^3 + 4x + 1} dx$$

ج) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $e^x dx - y^3 dy = 0$





ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١ : a. إذا كان  $\frac{2+i}{3-i}$  ،  $\frac{5}{x+yi}$  مترافقين ، جد قيمتي  $x$  ،  $y$  الحقيقيتين .

b. برهن إن :  $f(x) = x^2 - x + 1$  في الفترة  $[-1, 2]$  تحقق شروط مبرهنة القيمة المتوسطة ثم جد قيمة c .

س٢ : a. عين البؤرة والرأس ومعادلتى المحور والدليل للقطع المكافئ :  $y^2 + 4y + 2x = -6$

b. لتكن  $f : [1, 3] \rightarrow R$  حيث  $f(x) = 2x^2$  ، جد قيمة تقريبية للتكامل :  $\int_1^3 f(x) dx$   
إذا قسمت الفترة  $[1, 3]$  إلى فترتين جزئيتين منتظمتين .

س٣ : a. جد بعدي أكبر مستطيل يوضع داخل نصف دائرة نصف قطرها  $4\sqrt{2} cm$  .  
b. كل مستو مار بمستقيم عمودي على مستو آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي . برهن ذلك .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

a. جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه في نقطة الأصل وبؤرتاه على محور السينات ومجموع طولي محوريه  $= 16$  وحدة طول وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته  $x^2 - 2y^2 = 6$  .  
b. للمنحني  $y = x^3 + ax^2 + bx$  نهاية عظمى محلية عند  $x = -1$  ونهاية صغرى محلية عند  $x = 2$  جد قيمتي  $a, b$  .  
c. جد المساحة المحددة بالمنحني  $f(x) = (x-1)^3$  ومحور السينات في الفترة  $[-1, 3]$  .

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

a. باستخدام مبرهنة دي موافر ، احسب قيمة  $(1-i)^7$  .  
b. سلم طوله  $10 m$  يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه العلوي على حائط رأسي فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل  $2 m/s$  عندما يكون الطرف الأسفل للسلم على بعد  $8 m$  عن الحائط ، جد معدل انزلاق الطرف العلوي للسلم عن الأرض في تلك اللحظة .  
c. برهن أن :  $[y = 3 \cos 2x + 2 \sin 2x]$  هو حل للمعادلة التفاضلية :  $y'' + 4y = 0$  .

س٦ : أجب عن فرعين فقط :

a. ١- برهن على أن حجم ذي الوجوه الأربعة المنتظم والذي طوله  $L$  هو  $\frac{\sqrt{2}}{12} L^3$  وحدة مكعبة .

٢- جد قيمة التكامل الآتي :  $\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^{2x} dx$

b. جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$

c. جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحني  $y = x^2 + 1$  والمستقيمين  $y = 1$  ،  $y = 2$  حول المحور الصادي .





- س١ : a. ضع بالصيغة العادية للعدد المركب للمقدار :  $(1+i)^5 - (1-i)^5$   
b. باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة ، جد بصورة تقريبية :  $\sqrt{\frac{1}{2}}$
- س٢ : a. قطع زائد معادلته  $hx^2 - ky^2 = 90$  طول محوره الحقيقي  $6\sqrt{2}$  وحدة وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته  $9x^2 + 16y^2 = 576$  ، جد قيمتي  $k, h$  التي تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية .  
b. جد مساحة المنطقة المحددة بالمنحني  $y = x^4 - x$  ومحور السينات والمستقيمين  $x=1, x=2$  .
- س٣ : a. جد بعدي أكبر مستطيل يوضع داخل المنطقة المحددة بمنحني الدالة  $f(x) = 12 - x^2$  ومحور السينات ، رأسان من رؤوسه على المنحني والرأسان الآخران على محور السينات ، ثم جد محيطه .  
b.  $(Y)$  و  $(X)$  مستويان متعامدان ،  $\vec{AB} \subset (X)$  و  $\vec{BD}, \vec{BC}$  عموديان على  $\vec{AB}$  ويقطعان  $(Y)$  في  $C, D$  على الترتيب ، برهن أن  $\vec{CD} \perp (X)$  .
- س٤ : أجب عن فرعين فقط :  
a. جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه في نقطة الأصل وينطبق محوره على المحورين الإحداثيين ويقطع من محور السينات جزءاً طوله ٨ وحدات ومساحة منطقه  $24\pi$  وحدة مساحة .  
b. ارسم باستخدام معلوماتك في التفاضل منحني الدالة :  $f(x) = 2x^2 - x^4$  .  
c. جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالمنحني  $y = \sqrt{5}x^2$  والمستقيمين  $x=1, x=2$  حول محور السينات .
- س٥ : أجب عن فرعين فقط :  
a. عبر عن العدد المركب  $2\sqrt{3} - 2i$  بالصيغة القطبية .  
b. لتكن  $M$  نقطة تتحرك على المنحني  $y = x^2$  . جد إحداثيي نقطة  $M$  عندما يكون المعدل الزمني لابتعادها عن النقطة  $(0, \frac{3}{2})$  يساوي ثلثي المعدل الزمني لتغير الإحداثي الصادي للنقطة  $M$  .  
c. حل المعادلة التفاضلية :  $\frac{dy}{dx} = (x+1)(y-1)$  حيث  $y=2$  عندما  $x=2$  .
- س٦ : أجب عن فرعين فقط :  
a. برهن على أنه إذا قطع مستويان متوازيان بمستقيم فإن ميله على أحدهما يساوي ميله على الآخر .  
b. جد التكاملات الآتية :  
1)  $\int \cot x \csc^3 x \, dx$   
2)  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} \, dx$   
c. جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١ : A- جد قيمة :  $(1-i)(1-i^2)(1-i^3)$

1)  $\int \csc^2 x \cos x \, dx$

2)  $\int_0^1 \frac{3x^2+4}{x^3+4x+1} \, dx$  : B- جد ما يأتي :

س٢ : A- عين كل من البؤرتين والراسين والقطبين والمركز والاختلاف المركزي للقطع الناقص :

$$\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$$

B- جد نقطة أو أكثر تنتمي للمنحنى  $y^2 - x^2 = 3$  بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة  $(0, 4)$  .

س٣ : A- برهن أن : مستوي الزاوية المستوية العائدة لزاوية زوجية يكون عمودياً على حرفها .

B- حل المعادلة التفاضلية :  $y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- قطع مخروطي بؤرتاه  $F_1(4, 0)$  ،  $F_2(-4, 0)$  واختلافه المركزي  $= 2$  ، جد معادلته .

B- لتكن :  $f(x) = x^2 - \frac{a}{x}$  ، برهن أن الدالة  $f$  لا تمتلك نهاية عظمى محلية لكل  $a \in \mathbb{R}$  ،  $x \neq 0$  .

C- جد المساحة المحددة بين منحنى الدالة  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$  ومحور السينات .

س٥ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- إذا كان  $Z = -2 + 2i$  عبر عن  $Z$  بالصيغة القطبية .

B- عمود طوله  $7.2 \, m$  في نهايته مصباح ، يتحرك رجل طوله  $1.8 \, m$  مبتعداً عن العمود وبسرعة  $30 \, m/min$  ، جد معدل تغير طول ظل الرجل .

C- بين أن :  $y = ae^{-x}$  هو حل للمعادلة  $y' + y = 0$  حيث  $a \in \mathbb{R}$  .

س٦ : أجب عن فرعين فقط :

A- إذا علمت أن :

$$f(x) = \sqrt[3]{31x+1} \quad \text{جد بصورة تقريبية } f(1.01) \text{ باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .}$$

B- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحصورة بين المنحنى  $y = x^2 + 1$  والمستقيم  $y = 4$  حول المحور الصادي .

C- إذا كانت المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات  $180 \, cm^2$  ومساحة قاعدته  $48 \, cm^2$  ومساحة أحد أوجهه الجانبية  $24 \, cm^2$  ، جد حجمه .





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١ : A - جد قيمة :  $(\frac{1}{2+w} - \frac{1}{2+w^2})^2$

B - جد كلا من : 1)  $\int (1 + \cos 3x)^2 dx$  2)  $\int_0^1 (1 + e^x)^2 e^x dx$

س٢ : A - قطع زائد مركزه في نقطة الأصل ويؤثرته على محور الصادات والاختلاف المركزي = 3 وطول محوره المرافق  $2\sqrt{2}$  وحدة . جد معادلته .

B - جد بعدي أكبر مستطيل يمكن وضعه داخل مثلث طول قاعدته  $24cm$  وارتفاعه  $18cm$  بحيث أن رأسين متجاورين من رؤوسه تقعان على القاعدة والرأسين الباقيين يقعان على ساقيه .

س٣ : A - إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في أحدهما والعمودي على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على المستوي الآخر . برهن ذلك .

B - حل المعادلة التفاضلية :  $\frac{dy}{dx} + xy = 3x$  عندما  $x=1, y=2$  .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A - ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحنى الدالة  $f(x) = (1-x)^3 + 1$

B - جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالمنحنى  $y = \frac{1}{x}$  والمستقيمين  $y=1, y=2$  حول المحور الصادي .

C - بسط ما يأتي :  $\frac{(\cos 5\theta + i \sin 5\theta)^2}{(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)^3}$

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

A - عيّن كلا من البؤرتين والرأسين والقطبين والمركز وطولي محوري القطع الناقص الذي معادلته

$$\frac{(x-4)^2}{81} + \frac{(y+1)^2}{25} = 1$$

B - مخروط دائري قائم حجمه  $(210\pi)cm^3$  جد بصورة تقريبية طول نصف قطر قاعدته إذا كان ارتفاعه  $10cm$

C - حل المعادلة التفاضلية  $(3x - y)y' = (x + y)$

س٦ : أجب عن فرعين فقط :

A - إذا وازى أحد ضلعي زاوية قائمة مستويًا معلومًا فإن مسقطي ضلعيها على المستوي متعامدان برهن ذلك .

B - جد المساحة المحددة بالمنحنيين  $f(x) = 2\sin x + 1$  ,  $g(x) = \sin x$  على الفترة  $[0, \frac{3\pi}{2}]$

C - خزان مملوء بالماء على شكل متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة طول ضلعها  $2m$  يتسرب من الخزان الماء بمعدل  $0.4 m^3/h$  . جد معدل تغير انخفاض الماء في أي زمن  $t$  .



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١ : A- جد قيمتي :  $x, y \in \mathbb{R}$  والتي تحققان  $\frac{y}{1+i} = \frac{x^2+4}{x+2i}$

B- باستخدام مبرهنة رول جد قيمة C للدالة  $f(x) = x^4 + 2x^2$  حيث  $x \in [-2, 2]$

س٢ : A- إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم من نقطة في أحدهما عمودياً على المستوى الآخر يكون محتوياً فيه ،  
برهن ذلك .

B- جد مساحة المنطقة التي يحدها منحنى الدالة  $f(x) = x^2$  ومحور السينات والمستقيمين  $x=1$  ،  $x=3$  .

س٣ : A- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته  $x^2 - 3y^2 = 12$  والنسبة بين طولي  
محوري القطع الناقص  $= \frac{5}{3}$  ومركزه نقطة الأصل .

B- مجموع محيطي دائرة ومربع يساوي ( 60 cm ) ، أثبت أنه عندما يكون مجموع مساحتي الشكلين أصغر ما يمكن  
فإن طول قطر الدائرة يساوي طول ضلع المربع .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- حل المعادلة التفاضلية  $xy' = y - x$  حيث أن  $x=1$  ،  $y=1$  .

B- إذا كان  $(Z_1 = 3+4i)$  ،  $(Z_2 = 5+2i)$  وضح في شكل أرجاند  $Z_1 + Z_2$  .

C- ارسم بالاستعانة بمعلوماتك في التفاضل منحنى الدالة  $f(x) = x^4$  .

س٥ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- قطع زائد طول محوره الحقيقي ( 6 ) وحدات وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه في نقطة الأصل  
ويمر بالنقطتين  $(1, 2\sqrt{5})$  ،  $(1, -2\sqrt{5})$  ، جد معادلتَي القطع المكافئ الذي رأسه في نقطة الأصل والقطع  
الزائد الذي مركزه نقطة الأصل .

B- المنطقة المحددة بين المنحني  $y = \sqrt{x}$  ،  $0 \leq x \leq 4$  ومحور السينات دارت حول محور السينات ، جد حجمها .

C- بين أن :  $y = x^2 + 3$  هي حل للمعادلة التفاضلية  $xy' = x^2 + y$  .

س٦ : أجب عن فرعين فقط :

A- برهن على أن المستقيمات المتوازية المائلة على مستو الميل نفسه .

B- عين قيمتي الثابتين  $a$  ،  $b$  لكي يكون لمنحنى الدالة  $y = x^3 + ax^2 + bx$  نهاية عظمى محلية عند  $x = -1$   
ونهاية صغرى محلية عند  $x = 2$  .

1)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$

2)  $\int x e^{x^2} dx$  : جد C





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١ : A- إذا كان  $c_1 = 7 - 4i$  ،  $c_2 = 2 - 3i$  فتتحقق من :  $\left(\frac{\overline{c_1}}{c_2}\right) = \frac{\overline{c_1}}{c_2}$  .

B- جد مساحة المنطقة المحددة بالمنحني  $f(x) = x^2 - 4$  ومحور السينات وعلى الفترة  $[-2, 3]$  .

س٢ : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ  $y^2 - 12x = 0$  وطول محوره الصغير يساوي ( 8 ) وحدات .

B- إذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودياً على مستو ثالث فإن مستقيمتي تقاطعهما يكون عمودياً على المستوي الثالث ، برهن ذلك .

س٣ : A- جد أقل محيط ممكن للمستطيل الذي مساحته  $(16 \text{ cm}^2)$  .

B- حل المعادلة التفاضلية :  $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2 y}{x}$  حيث  $x = 1$  ،  $y = \frac{\pi}{4}$  .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- كَوِّن المعادلة التربيعية التي جذراها :  $\frac{w}{3 - w^2}$  ،  $\frac{w^2}{3 - w}$  .

B- ارسم باستخدام معلوماتك في التفاضل منحنى الدالة :  $f(x) = x^3$  .

C- اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية  $(80 \pi \text{ cm}^2)$  وحجمها  $(160 \pi \text{ cm}^3)$  ، جد ارتفاعها ونصف قطر قاعدتها .

س٥ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد إحداثيي المركز والبؤرتين والرأسين وطولي المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته :

$$\frac{(x+2)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$$

B- جد بصورة تقريبية وباستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة قيمة المقدار  $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{9}}\right)$  .

C- جد قيمة ( a ) إذا علمت أن :  $\int_1^a \left(x + \frac{1}{2}\right) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x dx$  .

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- سلم طوله ( 5m ) يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه الأعلى على حائط رأسي فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل ( 2 m/s ) عندما يكون الطرف الأسفل على بعد ( 4m ) عن الحائط ، جد معدل انزلاق الطرف العلوي عن الأرض .

B- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالمنحني  $(y^2 = 8x)$  والمستقيمين  $x = 0$  ،  $x = 2$  حول المحور السيني .

C- برهن أن :  $y = x^3 + 3x + 5$  هو حل للمعادلة التفاضلية  $y'' - 6x = 0$  .





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١ : A- اثبت أن :  $(1 - \frac{2}{w^2} + w^2)(1 + w - \frac{5}{w}) = 18$

B- كرة نصف قطرها ( 6 cm ) طليت بطلاء سمكه ( 0.1 cm ) جد حجم الطلاء بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

س٢ : A- من مستقيم غير عمودي على مستو معلوم يوجد مستو وحيد عمودي على المستوي المعلوم ، برهن ذلك .  
B- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتيه ( 4, 0 ) والنقطة Q تنتمي للقطع بحيث محيط المثلث  $QF_1F_2$  يساوي 24 وحدة .

س٣ : A- إذا كانت  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \forall x \geq 0 \\ 2x & \forall x < 0 \end{cases}$  جد  $\int_{-1}^3 f(x) dx$

B- إذا كان منحنى الدالة  $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$  مقعر في  $\{x : x < 1\}$  ومحدب عند  $\{x : x > 1\}$  ويمس المستقيم  $y + 9x = 28$  عند النقطة ( 3, 1 ) فجد قيم a, b, c الحقيقية .

س٤ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد الصيغة القطبية الجذور الخمسة للمقدار :  $\sqrt[3]{(\sqrt{3} + i)^2}$

B- لتكن (  $\mu$  ) نقطة متحركة على القطع المكافئ  $y = x^2$  ، جد إحداثيي النقطة (  $\mu$  ) عندما يكون المعدل الزمني لابتعادها عن النقطة ( 0,  $\frac{3}{2}$  ) يساوي ثلث المعدل الزمني لتغير الإحداثي الصادي للنقطة (  $\mu$  ) .

C- بين أن العلاقة :  $y = x^2 + 3x$  حل للمعادلة  $xy' = x^2 + y$

س٥ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- قطع زائد طول محوره الحقيقي 6 وحدات وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطتين ( 1,  $2\sqrt{5}$  ) ، جد معادلتَي القطع المكافئ والزائد الذي مركزه نقطة الأصل .

B- جد أكبر حجم لمخروط دائري قائم ناتج من دوران مثلث قائم الزاوية طول وتره  $6\sqrt{3} cm$  دورة كاملة حول أحد ضلعيه القائمين .

C- جد المساحة المحددة بالدالتين  $f(x) = \sin x$  و  $g(x) = \sin x \cos x$  حيث  $x \in [0, 2\pi]$

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد التكامل الآتي :  $\int \frac{\cos 4x}{\cos 2x - \sin 2x} dx$

B- برهن أن : طول قطعة المستقيم الموازي لمستو معلوم يساوي طول مسقطه على المستوي المعلوم ويوازيه .

C- جد الحل للعام للمعادلة التفاضلية :  $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س 1 : A- اثبت أن :  $\left(\frac{5w^2i-1}{5+iw}\right)^6 = -1$

B- جد تقريباً للمقدار الآتي باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة  $\sqrt{\frac{1}{2}}$ .

س 2 : A- برهن أن : ( المستوي العمودي على أحد مستويين متوازيين يكون عمودياً على الآخر أيضاً ) .  
B- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته  $y^2 + 8x = 0$  علماً بأن القطع الناقص يمر بالنقطة  $(2\sqrt{3}, \sqrt{3})$ .

س 3 : A- هل أن الدالة  $f(x)$  تحقق مبرهنة رول على الفترة  $[-1, 1]$  ؟ وإن حققت جد قيمة  $c$  حيث الدالة :  
 $f(x) = x^3 - x$

B- تتحرك نقطة من السكون وبعد  $(t)$  ثانية من بدء الحركة أصبحت سرعتها  $v(t) = 100t - 6t^2 \text{ cm/s}$   
جد الزمن اللازم لعودة النقطة إلى موضعها الأول الذي بدأت منه ، ثم احسب التسريع عندها .

س 4 : أجب عن فرعين فقط :

A- احسب باستخدام مبرهنة دي موافر  $(\sqrt{3} + i)^{-9}$ .

B- سلم طوله  $(10 \text{ m})$  يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه العلوي على جدار رأسي فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الجدار بمعدل  $(2 \text{ m/s})$  عندما يكون الطرف الأسفل على بعد  $(8 \text{ m})$  عن الحائط ، جد :  
(1) معدل انزلاق الطرف العلوي . (2) سرعة تغير الزاوية بين السلم والأرض .

C- بين أن  $\ln y^2 = x + a$  (حيث  $a \in \mathbb{R}$ ) حل للمعادلة التفاضلية  $2y' - y = 0$ .

س 5 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- إذا كان  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  ،  $g(x) = 1 - 12x$  وكان كل  $f$  ،  $g$  متماسكان عند نقطة انقلاب المنحني  $f$  وهي  $(1, -11)$  جد قيم  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

B- جد تكامل : 1)  $\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^{2x} dx$  2)  $\int \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$

C- جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$  ويمس دليل القطع المكافئ  $x^2 + 12y = 0$ .

س 6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- احسب الحجم المتولد من دوران المساحة المحصورة بين المنحني  $y^2 = x^3$  والمستقيمان  $x = 0$  ،  $x = 2$  حول محور السينات .

B- اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية  $400\pi \text{ cm}^2$  وحجمها  $2000\pi \text{ cm}^3$  جد ارتفاعها ونصف قطر قاعدتها .

C- جد حل للمعادلة التفاضلية :  $0 = (y^2 - x^2) dx + xy dy$





ملاحظة: أجب عن خمسة أسئلة فقط، لكل سؤال ٢٠ درجة.

س1: (A) كَوْن المعادلة التربيعية التي جذراها:  $\frac{3i}{w^2}, \frac{-3w^2}{i}$

(B) صفيحة مستطيلة من المعدن مساحتها  $96 \text{ cm}^2$  يتمدد طولها بمعدل  $2 \text{ cm/s}$  بحيث تبقى مساحتها ثابتة، جد معدل النقصان في عرضها عندما يكون عرضها  $8 \text{ cm}$ .

س2: (A) برهن أنه: ( إذا وازى مستقيم مستويا وكان عموديا على مستوي آخر فإن المستويين متعامدان )  
(B) قطع ناقص مركزه نقطة الأصل وقطع زائد مركزه نقطة الأصل أيضا يمر أحدهما ببؤرة الآخر فإذا كانت  $9x^2 + 25y^2 = 225$  معادلة القطع الناقص جد كلا من:  
(1) مساحة القطع الناقص (2) محيط القطع الناقص (3) معادلة القطع الزائد

س3: (A) اثبت أن  $\int_{-2}^4 |3x - 6| dx = 30$

(B) جد الصيغة القطبية للعدد المركب:  $Z = 5 - 5i$

س4: أجب عن فرعين فقط:

(A) جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالمنحنى  $x = \frac{1}{\sqrt{y}}$  والمستقيمين  $y = 1, y = 4$  حول المحور الصادي.

(B) اثبت أن  $y = x \ln x$  هو أحد حلول المعادلة  $x \frac{dy}{dx} = x + y$

(C) جد معادلة المنحنى  $f(x) = ax^3 - bx^2 + cx$  حيث النقطة  $(-1, 4)$  نقطة انقلاب له وميل المماس عندها يساوي (1).

س5: أجب عن فرعين فقط:

(A) جد بؤرة ودليل القطع المكافئ، معادلة المحور ورأس القطع المكافئ  $x^2 + 2x = 8y + 7$  مع الرسم.

(B) جد العدد الذي إذا أضيف إلى نظيره الضربي يكون الناتج أكبر ما يمكن.

(C) برهن أن حجم ذي الوجوه الأربعة المنتظم والذي طول حرفه (L) يساوي  $V = \frac{\sqrt{2}L^3}{12}$ .

س6: أجب عن فرعين فقط:

(A) جد الحل للمعادلة  $\frac{dy}{dx} + xy = 3x$  عندما  $x = 1, y = 2$ .

(B) جد كلا من: (1)  $\int \sin 6x \cos^2 3x dx$  (2)  $\int \sqrt{e^{2x-4}} dx$

(C) ارسم منحنى الدالة  $f(x) = \frac{3}{x^2}$  باستخدام معلوماتك في التفاضل.

١٠٠



ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س1 : A- كَوّن المعادلة التربيعية التي جذراها  $(\frac{5}{w} - i)$  ،  $(\frac{5}{w^2} + i)$  .

B- لتكن  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  فإذا تغيرت  $x$  من (125) إلى (125.06) ، فما مقدار التغير التقريبي للدالة ؟

س2 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ  $x^2 = 24y$  والفرق بين طولي محوريه = 4 وحدات .

B- لتكن  $R \rightarrow [1, 3] : f$  حيث  $f(x) = x^2$  جد قيمة تقريبية للتكامل إذا جزأت الفترة إلى جزئتين منتظمتين .

س3 : A- هل  $yx = \sin 5x$  تمثل حلاً للمعادلة  $xy'' + y' + 25yx = 0$  ؟

B- في  $\triangle ABC$  قياس  $\angle A = 30^\circ$  و  $\overline{AB} \perp \overline{DB}$  ،  $\overline{BD} = 5$  و  $AB = 10cm$  جد قياس الزاوية الزوجية  $\angle D - \angle AC - B$  .

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته  $hx^2 - ky^2 = 90$  وطول محوره الحقيقي  $(6\sqrt{2})$  وحدة وبؤرتاه بؤرتي القطع الناقص ،  $9x^2 + 16y^2 = 576$  جد قيمة  $h$  و  $k$  الحقيقيتين .

B- جد النقاط التي تنتمي لمنحني الدالة  $y^2 - x^2 = 3$  بحيث تكون أقرب ما يمكن للنقطة  $(0, 4)$  .

C- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $(y^2 - xy)dx = -x^2 dy$

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد الجذور التكعيبية للعدد المركب  $(1+i)^2$  على وفق مبرهنة دي موافر .

B- إذا كان للدالة  $f(x) = ax^3 - 3x^2 + c$  نهاية عظمى محلية تساوي 8 ونقطة انقلاب عندما  $x=1$  فجد قيمة  $a$  و  $c$  الحقيقيتين .

C- اثبت :  $\int_1^8 \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x^2}} dx = 2$

س6 : أجب عن فرعين فقط :

A- برهن أن طول قطعة المستقيم الموازي لمستو معلوم يساوي طول مسقطه على المستوي المعلوم ويوازيه .

B- جد المساحة المحددة بالدالتين :  $y = x^4 - 12$  ،  $y = x^2$

C- ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحني الدالة  $f(x) = \frac{6}{x^2 + 3}$





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س١ : A- جد قيمتي كل من  $x, y$  الحقيقيتين واللتين تحققان المعادلة :  $\frac{1-i}{1+i} + (x+yi) = (1+2i)^2$

B- جد قيمة كل من :  $1) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}} dx$   $2) \int_0^4 \frac{2x}{x^2+9} dx$

س٢ : A- جد كل من البؤرتين والرأسين والقطبين والمركز وطولي المحورين والاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي

معادلته :  $\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$

B- جد الحل العام للمعادلة التفاضلية :  $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$

س٣ : A- جد بعدي أكبر مستطيل يمكن أن يوضع داخل مثلث طول قاعدته  $24 \text{ cm}$  وارتفاعه  $18 \text{ cm}$  بحيث رأسين

متجاورين من رؤوسه تقعان على القاعدة والرأسين الآخرين تقعان على ساقيه .

B-  $(x), (y)$  مستويان متعامدان ،  $AB \subset (x)$  ،  $BD, BC$  عموديان على  $AB$  ويقطعان  $(y)$  في  $C, D$  على الترتيب ، برهن أن :  $\overleftrightarrow{CD} \perp (x)$  .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- اكتب معادلة القطع الزائد الذي مركزه في نقطة الأصل إذا علمت أن أحد الرأسين يبعد عن البؤرتين بالعديين ٩ ، ١ وحدات على الترتيب وينطبق محوره على المحورين الإحداثيين .

B- اثبت أن الدالة :  $f(x) = (2-x)^2$  حيث  $x \in [0, 4]$  تحقق مبرهنة رول ، ثم جد قيمة  $C$  .

C- جد المساحة المحصورة بين المنحنيين  $y = x^3$  ،  $y = x$  .

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

A- عبّر عن العدد :  $2 - 2\sqrt{3}i$  بالصيغة القطبية .

B- عمود طوله  $(7.2 \text{ m})$  في نهايته مصباح ، يتحرك رجل طوله  $(1.8 \text{ m})$  مبتعداً عن العمود بسرعة  $(30 \text{ m / min})$  . جد معدل تغير طول ظل الرجل .

C- برهن أن :  $y = 3 \cos 2x + 2 \sin 2x$  هو حل للمعادلة التفاضلية  $y'' + 4y = 0$  .

س٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- ارسم بالاستعانة بالتفاضل منحنى الدالة  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

B- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ  $y = 4x^2$  والمستقيمين  $y = 0$  ،  $y = 16$  حول المحور الصادي .

C- إذا علمت أنه يمكن رسم كرة خارج ذي الوجوه الأربعة المنتظم ، برهن أن :

نصف قطر الكرة =  $\frac{3}{4}$  الارتفاع .





ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط ولكل سؤال ٢٠ درجة

س1: (A) جد قيمة  $x, y$  إذا كان  $(x + iy)(1 - \sqrt{-3}) = -2w - 2w^2$

(B) باستخدام نتيجة القيمة المتوسطة جد حجم مخروط دائري قائم بصورة تقريبية ، علماً أن طول قطر قاعدته يساوي ارتفاعه وهو  $3.99\text{cm}$  .

س2: (A) جد المعادلة القياسية للقطع الناقص الذي مركزه في نقطة الأصل وبؤرتاه النقطتين  $(5, 0)$  ,  $(-5, 0)$  وطول محوره الكبير يساوي  $(12)$  وحدة .

(B) جد قيمة  $a$  الحقيقية إذا كان  $\int_1^a (x + \frac{1}{2}) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 x dx$

س3: (A) برهن أن مستوي الزاوية المستوية العائدة لزاوية زوجية يكون عمودياً على حرفها .

(B) هل أن  $y^2 = 3x^2 + x^3$  يمثل حلاً للمعادلة  $yy'' + (y')^2 - 3x = 3$

س4 : الإجابة عن فرعين :

(A) جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$  ويمس دليل المكافئ  $x^2 + 12y = 0$

(B) برهن أن الدالة  $f(x) = x^2 - 6x + 4$  تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة وجد قيمة  $C$  عند الفترة  $[-1, 7]$  .

(C) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$

س5: الإجابة عن فرعين :

(A) جد الجذور التكعيبية للعدد  $(125i)$  باستخدام مبرهنة دي مويفوار .

(B) عمود طوله  $(7.2\text{m})$  في نهايته مصباح ، يتحرك رجل طوله  $(1.8\text{m})$  مبتعداً عن العمود وبسرعة  $(30\text{m/min})$  ، جد معدل تغير طول ظل الرجل .

(C) جد التكامل الآتي :  $\int \frac{\cos 4x}{\cos 2x - \sin 2x} dx$

س6 : الإجابة عن فرعين :

A - من مستقيم غير عمودي على مستو معلوم يوجد مستو وحيد عمودي على المستوي المعلوم ، برهن ذلك .

B - جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره  $(18\text{m/s}^2)$  فإذا كانت سرعته قد أصبحت  $(82\text{m/s})$  بعد مرور  $(4)$  ثوان من بدء الحركة ، جد : ١- المسافة خلال الثانية الثانية .

٢- بعده عن نقطة بدء الحركة بعد مرور ثانييتين .

C - إذا كانت  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  وكانت  $f$  مقعرة  $\forall x > 1$  ومحدبة  $\forall x < 1$  وللدالة  $f$  نقطة نهاية

عظمى محلية هي  $(-1, 5)$  ، جد قيمة الثوابت  $a, b, c \in R$  .





ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط ولكل سؤال ٢٠ درجة

- س1: (A) عثر عن العدد بالصيغة القطبية  $\frac{1-3i^2}{1-wi-w^2i}$   
(B) إذا كانت  $f(x) = ax^3 + 3x^2 + c$  دالة وكان للدالة نهاية عظمى محلية تساوي 8 ونقطة انقلاب عند  $x=1$  جد قيمة  $a, c \in R$ .

- س2: (A) لتكن  $5y^2 - 4x^2 = h$  معادلة قطع زائد إحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ  $4y - \sqrt{5}x^2 = 0$  جد قيمة  $h$ .  
(B) إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم من نقطة في أحدهما عمودي على المستوي الآخر يكون محتوي فيه.  
(برهن ذلك)

- س3: (A) جد المساحة المحددة بمنحني الدالة  $y = f(x) = x^3 - 9x$  ومحور السينات وعلى الفترة  $[-3, 3]$ .  
(B) إذا كان  $(2-4i)$  هو أحد جذري المعادلة  $2x^2 - x - bx + c - 6 = 0$  ، معاملاتها حقيقية ، جد  $b, c \in R$ .

س4 : الإجابة عن فرعين :

- (A) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $(x+1)y' = 2y$   
(B) إذا كان  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  جد مقدار التغير التقريبي للدالة إذا تغيرت  $x$  من 4 إلى 4.01 .  
(C) جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل مقداره  $(10m/sec^2)$  وبعد 2 ثانية من بدء الحركة لتصبح السرعة  $24m/sec$  ، احسب : ١- المسافة المقطوعة في الثانية الخامسة . ٢- بُعد الجسم بعد مضي ( 4 ثانية ) .

س5: الإجابة عن فرعين :

- (A) جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمحور الصادات ، مساحته  $32\pi$  وحدة مساحة والنسبة بين طولي محوريه  $\frac{1}{2}$  .  
(B) جد نقطة تنتمي للمنحني  $y^2 - x^2 = 5$  لكي تكون أقرب ما يمكن من النقطة  $(4, 0)$  .  
(C) اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية  $400\pi cm^2$  ، حجمها  $2000\pi cm^3$  ، جد الارتفاع ونصف قطر القاعدة .

س6: الإجابة عن فرعين :

- (A) مصباح على ارتفاع (6.4) متر مثبت على عمود شاقولي وشخص طوله (1.6) متر يتحرك مبتعداً عن العمود بسرعة  $30m/min$  جد سرعة تغير طول ظل الرجل .

(B) جد تكامل كل من : 1)  $\int \frac{3x-6}{\sqrt[3]{x-2}} dx$  2)  $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}} dx$

(٦٩)

(C) اثبت أن  $\ln y = x^2 + c$  هو حل للمعادلة  $y'' = 4x^2y + 2y$ .



جمهورية العراق - وزارة التربية  
الدور الثالث ٢٠٢٣ - ٢٠٢٥ م  
الوقت : ثلاث ساعات



اللجنة الدائمة للامتحانات العامة  
[الدراسة : الإعدادية / العلمي]  
المادة : الرياضيات

ملاحظة : أجب عن خمسة أسئلة فقط ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س١: (A) جد قيمتي  $y, x$  الحقيقيتين إذا علمت أن  $\frac{3+i}{2-i}$  و  $\frac{6}{x+yi}$  مترافقان .

س٢: (B) جد بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة قيمة المقدار  $\sqrt[3]{7.9}$

س٢: (A) جد معادلة القطع الزائد الذي يورثاه هما بؤرتي القطع الناقص  $25x^2 + 9y^2 = 225$  ويمس دليل القطع المكافئ  $x^2 + 8y = 0$

(B) جد قيمة التكامل  $\int_2^4 (3x^2 - 3) dx$  باستخدام التجزئة  $\sigma = (2, 3, 4)$

س٣: (A) مجموع محيطي دائرة ومربع يساوي 60cm أثبت أنه عندما يكون مجموع مساحتي الشكلين أصغر ما يمكن فإن طول قطر الدائرة يساوي طول ضلع المربع .

(B) جد الحل العام للمعادلة التفاضلية  $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x}{6y^2 + e^y}$

س٤: الإجابة عن فرعين :  
(A) إذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم من نقطة تنتمي لأحدهما وعموديا على المستوي الآخر يكون محتوي فيه . برهن ذلك .

(B) جد الحجم الناشئ من دوران المنطقة المحصورة بين محور الصادات ومنحني الدالة  $y = \frac{1}{x}$  والمستقيمين

$x = 1$  و  $x = \frac{1}{2}$  دورة كاملة حول المحور الصادي .

س٥: (C) عتب البؤرتين والرأسين وطولي المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد  $2(y+2)^2 - 4(x-3)^2 = 8$

س٥: (A) ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحني الدالة  $f(x) = 6x - x^3$

(B) جد ناتج  $(3w^{12n} + \frac{5}{w^8} + \frac{4}{w^{10}})^6$  حيث أن  $n \in \mathbb{Z}$

س٦: الإجابة عن فرعين :

(A) لتكن  $a \in \mathbb{R}$  و  $x \neq 0$  و  $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$  ، بين أن الدالة  $f$  لا تمتلك نهاية عظمى محلية .

(B) جد المساحة المحددة بالدالتين  $y = x^2$  ،  $y = x^4 - 12$

(C) اكتب الصيغة القطبية للعدد المركب  $3 - 3\sqrt{3}i$





تمهيدي

akram.mohammed

ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

من 1 : A- جد المقياس والقيمة الأساسية للسعة للعدد  $Z = \frac{4 + 2iw + 2iw^2}{3 - iw^2 - iw}$

B- جد بصورة تقريبية قيمة المقدار  $\sqrt[3]{26}$  باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

من 2 : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه في نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ

$$x^2 - 16y = 0$$

وطول محوره الكبير يساوي 12 وحدة .

B- ليكن  $ABC$  مثلثاً وليكن  $AF \perp (ABC)$  ،  $BD \perp CF$  ،  $BE \perp CA$  ، برهن أن :

$$\overline{ED} \perp \overline{CF} \quad (2) \quad \overline{BE} \perp (CAF) \quad (1)$$

من 3 : أجب عن فرعين فقط :

من 3 : A- جد أكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين ، طول كل ساق  $8\sqrt{2} \text{ cm}$  . سوال 4 عبارة 3-6 من 15 فكل

B- جسم يتحرك على خط مستقيم بحيث  $V = 3t^2 - 6t$  فجـد :

(1) المسافة المقطوعة في الفترة  $[1, 3]$  (2) الإزاحة المقطوعة في الفترة  $[1, 3]$

C- اثبت أن :  $y = x \ln x - x$  أحد حلول المعادلة  $x \frac{dy}{dx} = x + y$  ، حيث  $x > 0$  .

من 4 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد معادلة قطع مخروطي رأسه في نقطة الأصل وينطبق محوره على المحورين الإحداثيين ، اختلافه المركزي يساوي (3) ويمر بالنقطة  $(0, 2)$  .

B- ارسم باستخدام معلوماتك بالتفاضل منحنى الدالة :  $f(x) = (1-x)^3 + 1$

C- إذا علمت أنه يمكن رسم كرة خارج ذي الوجوه الأربعة المنتظم ، برهن أن :

$$\text{نصف قطر الكرة} = \frac{3}{4} \text{ الارتفاع}$$

من 5 : A- لتكن  $f(x) = x^2 + 2x + k$  حيث  $k \in R$  ، دالة نهايتها الصغرى تساوي (-5)

$$\text{جد : } \int_{-1}^2 f(x) dx$$

B- حل المعادلة التفاضلية  $y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{2}{x}}$

من 6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- جد قيمتي  $x, y$  الحقيقيتين واللتين تحققان المعادلة  $\frac{125}{11+2i}x + (1-i)^2y = 11$

B- لتكن النقطة  $M$  نقطة متحركة على منحنى القطع المكافئ  $x^2 = 4y$  بحيث يكون معدل ابتعادها عن

النقطة  $(0, 7)$  يساوي  $0.2 \text{ unit/s}$  ، جد المعدل الزمني لتغير الإحداثي الصادي للنقطة  $M$  عندما

$$y = 4$$

$$1) \int_0^1 (1+e^x)^2 e^x dx$$

C- جد ما يأتي :  $\int \tan x dx$





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

١ : A- اثبت أن :  $(5 - \frac{5}{w^2 + 1} + \frac{3}{w^2})^6 = 64$

B- صفيحة معدنية مستطيلة الشكل مساحتها  $96 \text{ cm}^2$  يتمدد عرضها بمعدل  $2 \text{ cm/s}$  بحيث تبقى مساحتها ثابتة ، جد معدل تغير الطول وذلك عندما يكون الطول مساوياً لـ  $12 \text{ cm}$  .

٢ : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وبعده البؤري مساوياً لبعده بؤرة القطع المكافئ عن دليله  $y^2 + 24x = 0$  ، إذا علمت أن مساحة القطع الناقص  $80\pi \text{ cm}^2$  .

B- جد القيمة التقريبية للتكامل  $\int_1^5 (2x^2 - 2) dx$  باستخدام التجزئة  $\theta = (3, 4, 5)$  .

٣ : A- جد حل المعادلة التفاضلية  $y' - x\sqrt{y} = 0$  عندما  $x = 2$  ،  $y = 9$  .

B- ( كل مستوٍ مارٍ بمستقيم عمودي على مستوٍ آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي ) ، برهن ذلك .  
٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- جد معادلة القطع الزائد والناقص إذا كان كل منهما يمر ببؤرتي الآخر وكلاهما تقعان على محور السينات وطول المحور الكبير يساوي  $6\sqrt{2}$  وحدة طول وطول المحور الحقيقي يساوي 6 وحدة طول .

B- المستقيم  $3x - y = 7$  يمس المنحنى  $y = ax^2 + bx + c$  عند  $(2, -1)$  وكانت له نهاية محلية عند  $x = \frac{1}{2}$  ، جد قيمة  $a, b, c$  الحقيقية .

C- حل المعادلة التفاضلية الآتية :  $x^2 y dx = (x^3 + y^3) dy$

٥ : أجب عن فرعين فقط :

A- باستخدام مبرهنة دي موافر ، جد الجذور التكعيبية للعدد  $8i$  .

B- جد أبعاد أكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه  $6 \text{ cm}$  وطول قطر قاعدته  $10 \text{ cm}$  .

C-  $f(x)$  دالة مستمرة على الفترة  $[-2, 6]$  فإذا كان  $\int_1^6 f(x) dx = 6$  وكان

$$\int_{-2}^1 f(x) dx = 32 \text{ ، } \int_{-2}^6 (f(x) + 3) dx = 32$$

٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- إذا كانت  $f(x) = x^3 - 4x^2$  حيث  $f: [0, n] \rightarrow R$  وكانت  $f$  تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة عندما  $c = \frac{2}{3}$  فجد قيمة  $n$  .

B- جد التكاملات الآتية :  
1)  $\int \sin 6x \cos^2 3x dx$  2)  $\int \frac{\sqrt{\cot 2x}}{1 - \cos^2 2x} dx$

C- برهن على أن :

( طول قطعة المستقيم الموازية لمستوٍ معلوم يساوي طول مسقطه على المستوي المعلوم ويوازيه )





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

س 1 : A- جد قيم  $x, y \in R$  إذا علمت أن  $(x + 2i)(x - i) = \frac{121 + 9y^2}{11 + 3yi}$

B- كرة نصف قطرها ( 3.001 cm ) ، جد بصورة تقريبية حجمها باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

س 2 : A- جد بؤرتي وراسي وطول كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته :

$$16x^2 + 160x - 9y^2 + 18y = 185$$

1)  $\int \frac{dx}{\sqrt{2x} \sqrt{3 + \sqrt{x}}}$

2)  $\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^{2x} dx$  : جد قيمة B

س 3 : A- حاوية على هيئة اسطوانة دائرية قائمة حجمها (  $216 \pi \text{ cm}^3$  ) ، جد أبعادها إذا كانت مساحة المعدن

المستخدم في صناعته اقل ما يمكن مع العلم أن الحاوية مفتوحة من الأعلى .

B- مثلث ABC فيه  $AF \perp (ABC)$  و  $BD \perp CF$  و  $BE \perp AC$  ، برهن أن :

$$\overline{ED} \perp \overline{CF} \text{ و } \overline{BE} \perp (CAF)$$

س 4 : أجب عن فرعين فقط :

A- سلم يستند طرفه العلوي على حائط وطرفه السفلي على أرض أفقية ، فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن

الحائط بمعدل  $2 \text{ m/s}$  ، جد معدل انزلاق الطرف العلوي عندما تكون الزاوية بين السلم والأرض  $\frac{\pi}{4}$  .

B- باستخدام مبرهنة ديموافر جد الجذور التربيعية للعدد :  $\frac{1 + wi + w^2 i}{1 - wi - w^2 i}$

C- هل أن  $2x^2 + y^2 = 1$  حلاً للمعادلة  $y^3 = -2$  ؟ بين ذلك .

س 5 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته  $8y^2 - x^2 = 32$  ويمس دليل

القطع المكافئ الذي معادلته  $y^2 + 16x = 0$  .

B- برهن على أن حجم ذي الوجوه الأربعة المنتظمة والذي طول حرفه (  $\ell$  ) هو  $\frac{\sqrt{2} \ell^3}{12}$  وحدة مكعبة .

C- جد المساحة المحددة بين منحنى الدالة  $y = 1 - 2\sin^2 x$  ومحور السينات وعلى الفترة  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  .

س 6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- باستخدام معلوك لتك في التفاضل ارسم  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

B- تتحرك نقطة من السكون بعد (  $t$  ) ثانية من بدء الحركة أصبحت السرعة  $(100t - 6t^2) \text{ m/s}$  ، جد الزمن

اللازم لعودة النقطة على موضعها الأول الذي بدأت منه ، ثم احسب التعجيل عندها .

C- حل المعادلة التفاضلية :  $(x^2 + 3y^2)dx - 2xydy = 0$



## موقع نتائج الامتحانات الوزارية

ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة )

١ : A - إذا كان كلا من  $\frac{3-2i}{i}$  و  $\frac{x-yi}{1+5i}$  مترافقتين ، جد قيمتي  $x, y \in R$  .

B - جد نصف قطر كرة حجمها  $\frac{260\pi}{3}$  بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة .

٢ : A - جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته  $3x^2 + 5y^2 = 120$  والنسبة بين طول محوره الحقيقي إلى البعد بين بؤرتيه كنسبة  $\frac{1}{2}$  .

١)  $\int [(4x+6)\sqrt{2x+3}] dx$

B - جد كلا من :  $2) \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x}{2 + \tan x} dx$

٣ : A - برهن أن :

(( من مستقيم يمر عمودي على مستوي معلوم يوجد مستوي وحيد عمودي على المستوي المعلوم ))

B - حل المعادلة التفاضلية :  $y' = 2e^x y^3$  عند  $x=0$  ،  $y = \frac{1}{2}$  .

٤ : أجب عن فرعين فقط :

A - جد المعادلة التربيعية التي جذراها :  $\frac{1}{w}$  ،  $\frac{1+3w}{w^2+3}$

B - لتكن  $a$  نقطة متحركة على منحنى القطع المكافئ  $y^2 = 4x$  بحيث يكون معدل ابتعادها عن النقطة  $(7, 0)$  يساوي  $0.2 \text{ m/s}$  ، جد المعدل الزمني لتغير الإحداثي السيني للنقطة  $a$  عندما يكون  $x = 4$  .

C - جد المساحة المحددة بمنحنى الدالة  $f(x) = \sin 3x$  ومحور السينات وعلى الفترة  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  .

٥ : أجب عن فرعين فقط :

A - أثبت أن  $y = e^{2x} + e^{-3x}$  هو حل للمعادلة التفاضلية  $y'' + y' - 6y = 0$  .

B - جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل قدره  $(4t+12) \text{ m/s}^2$  وكانت سرعته بعد مرور 4 ثواني تساوي  $90 \text{ m/s}$  ، جد : (1) السرعة عندما  $t = 2$  (2) المسافة خلال  $[1, 2]$  (3) الإزاحة بعد 16 ثانية من بدء الحركة .

C - جد أكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه  $5\sqrt{2}$  سم .

٦ : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A - لتكن  $36 = kx^2 + 4y^2$  معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته  $y^2 = 4\sqrt{3}x$  ، جد قيمة  $k \in R$  .

B - برهن أن : (( إذا قطع مستويان متوازيان بمستقيم فإن ميله على أحدهما يساوي ميله على الآخر )) .

C - إذا كانت (6) تمثل نهاية صفري محلية لمنحنى الدالة  $f(x) = 3x^2 - x^3 + c$  ، جد قيمة  $c$  ، ثم جد معادلة مماس المنحنى في نقطة انقلابه .





ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ( لكل سؤال ٢٠ درجة ) .

س١ : A- جد قيمة  $y$  ،  $x$  الحقيقيتين إذا كان  $\frac{6}{x+iy}$  ،  $\frac{3+i}{2-i}$  مترافقان .

B- إذا كانت  $f: [0, b] \rightarrow R$  ،  $f(x) = x^3 - 4x^2$  وكانت  $f$  تحقق مبرهنة القيمة المتوسطة عندما  $x = \frac{2}{3}$  ، فجد قيمة  $b$  .

س٢ : A- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته :  $y^2 + 8x = 0$  علماً بأن القطع الناقص يمر بالنقطة  $(\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$  .

B- مكعب طول حرفه  $(9.95 \text{ cm})$  ، جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام معلوماتك بالتفاضل .

س٣ : A- إذا كان :  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 & : x \geq 0 \\ 2x & : x < 0 \end{cases}$  ، فجد  $\int_{-1}^3 f(x) dx$  .

B- ، كل مستوٍ مارٍ بمستقيم عمودي على مستوٍ آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي ، برهن ذلك .

س٤ : أجب عن فرعين فقط :

A- هل يمثل  $y = \sin 5x$  حلاً للمعادلة  $x y'' + 4 y' + 25 y x = 0$  ؟ بَيِّن ذلك .

B- جد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ  $y = 2x^2$  والمستقيم  $x = 5$  ،  $x = 0$  حول محور السينات .

C- جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل إذا علمت أن أحد رأسيه يبعد عن بؤرتيه ٨ ، ٢ وحد على الترتيب وينطبق محوره على المحورين الإحداثيين .

س٥ : أجب عن فرعين فقط :

A- باستخدام نتيجة مبرهنة دي موافر ، جد الجذور التكعيبية للعدد  $(125i)$  .

B- جد بعدي أكبر مستطيل يمكن وضعه داخل مثلث طول قاعدته  $(24 \text{ cm})$  وارتفاعه  $(18 \text{ cm})$  بحديد رأسين متجاورين من رؤوسه يقعان على القاعدة والباقيين يقعان على ساقيه .

C- جد التكاملات الآتية :

$$1) \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}$$

$$2) \int \frac{\sqrt{\cot 2x}}{1 - \cos^2 2x} dx$$

س٦ : أجب عن فرعين مما يأتي :

A- إذا كان  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  وكانت  $f$  مقعرة عندما  $x > 1$  ومحدبة عندما  $x < 1$  وللدالة  $f$  نقطة نهاية عظمى محلية هي  $(-1, 5)$  ، فجد قيمة  $a, b, c \in R$  .

B- حل المعادلة التفاضلية الآتية :  $(3x - y) y' = x + y$  .

C- برهن أن :  
( إذا وازى أحد ضلعي زاوية قائمة مستويًا معلومًا فإن مسقطي ضلعيها على المستوي متعامدان ) .